

SIMULASI NUMERIK PENGARUH RAPAT UDARA PADA GERAK PARABOLA

Rahman¹

¹Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Cenderawasih Jayapura

ABSTRACT

The numerical solution of the influence of air density for parabolic motion was done to explained of influence of air density.

The research used numerical methods for mathematic equation of parabolic motion with influence of air density. The numerical method used euler method.

The result of numerical simulation shows there were influence of air density for parabolic motion.

Keywords: parabolic motion, air density, numerical solution and euler method.

PENDAHULUAN

Salah satu materi yang sangat dikenal dalam fisika adalah gerak yang dilakukan oleh sebuah peluru yang dikenal dengan nama gerak peluru atau gerak proyektil. Gerak ini juga dikenal dengan nama gerak parabola, hal ini disebabkan oleh bentuk lintasan yang dihasilkan oleh benda berbentuk parabola dengan bentuk umum $y(t) = at^2 + bt + c$. Materi gerak proyektil ini telah dikaji pada tahun pertama perkuliahan di MIPA yaitu pada saat pembahasan materi kinematika tetapi pada pengkajiannya hanya diberikan gerak proyektil dalam keadaan ideal yaitu beberapa faktor yang mempengaruhi gerak proyektil diabaikan misalnya arah gerak angin dan kerapatan udara.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan simulasi terhadap gerak parabola dengan menambahkan pengaruh rapat udara terhadap gerak tersebut.

DASAR TEORI

Terdapat banyak obyek pengamatan dalam fisika mulai dari atom hingga galaksi, semua obyek ini selalu bergerak. Pergerakan benda dapat berupa gerakan teratur, gerakan acak (random), gerakan kontinu, gerak yang tidak kontinu, atau gerakan yang berupa gerakan

gabungan dari berbagai gerakan. Kinematika adalah cabang dari mekanika (salah satu cabang ilmu fisika) yang mempelajari gerak suatu benda dalam ruang dan waktu tanpa melihat penyebab gerakan benda tersebut.

Secara umum gerak sebuah benda diklasifikasikan menjadi tiga jenis yaitu gerak translasi, gerak rotasi dan gerak vibrasi. Pada pembahasan kali ini akan dibicarakan mengenai gerak translasi benda di sepanjang sebuah garis yang dikenal dengan nama kinematika satu dimensi.

Gerak parabola yang dikenal juga dengan nama gerak peluru merupakan salah satu contoh kasus gerak pada gerak dua dimensi. Gerak parabola merupakan gerak campuran antara GLB dan GLBB yaitu pada sumbu horisontal (sumbu x) merupakan gerak lurus beraturan dan pada sumbu vertikalnya merupakan gerak lurus berubah beraturan.

Sebuah partikel (baca : benda) yang bergerak pada bidang vertikal dengan kecepatan awal yang berbeda-beda v_0 tetapi nilai percepatannya selalu merupakan nilai percepatan benda jatuh bebas yaitu \vec{g} , dengan arah ke bawah (pusat bumi), gerak benda seperti ini disebut gerak peluru. Contoh dari gerak parabola (gerak peluru) adalah gerak bola melayang sewaktu ditendang.

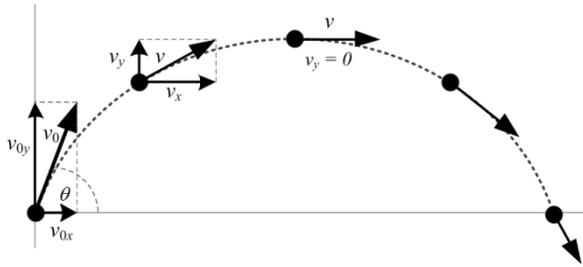
Untuk menganalisa gerak parabola diperlukan penggambaran gerak tersebut seperti terlihat pada gambar 1. Benda bergerak dengan kecepatan awal v_0 dan sudut elevasi sebesar θ . Sudut elevasi adalah sudut yang dibentuk oleh gerak benda dengan bidang horisontal. Dari

*Alamat Korespondensi:

Program Studi Ilmu Keperawatan, Kampus UNCEN-Abepura,
Jayapura Papua. 99358
Telp: +62 967 572115, email: ammanguncen@yahoo.com

gambar 1 dan aturan penguraian vektor, terlihat bahwa kecepatan awal benda diuraikan ke sumbu-sumbu koordinat, yaitu

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad \text{dan} \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta - gt \quad (1)$$



Gambar 1. Lintasan partikel pada gerak parabola serta penguraian vektor kecepatannya

Pada gambar 1 adalah gambar lintasan benda pada gerak parabola ideal yaitu gerak parabola yang tidak dipengaruhi oleh udara. Benda bergerak dengan kecepatan awal v_0 yang dapat ditulis

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} \quad (2)$$

Komponen kecepatan v_{0x} dan v_{0y} berhubungan dengan nilai sudut elevasi θ , yaitu sudut antara \vec{v}_0 dengan sumbu x positif, yang besarnya adalah

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad \text{dan} \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta \quad (3)$$

Dalam gerak parabola, vektor posisi \vec{r} dan vektor kecepatan \vec{v} selalu berubah secara kontinu, tetapi vektor percepatan \vec{a} selalu konstan dan selalu memiliki arah ke bawah. Gerak parabola tidak memiliki percepatan ke arah horisontal. Gerak ke arah horisontal dan gerak ke arah vertikal merupakan dua gerak yang saling bebas, yaitu kedua gerak tidak mempengaruhi gerak lainnya.

Gerak horisontal pada gerak parabola tidak terdapat percepatan, sehingga komponen kecepatan ke arah horisontal tidak mengalami perubahan dari nilai awalnya v_{0x} . Pada saat t pergeseran benda sebesar $x - x_0$ dari posisi awal x_0 yaitu sebesar $x - x_0 = v_0 t$ karena $v_{0x} = v_0 \cos \theta$ maka

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta)t \quad (4)$$

Gerak vertikal pada gerak parabola merupakan gerak jatuh bebas dan nilai percepatannya konstan yaitu sebesar $-g$, maka pergeserannya mengikuti persamaan $y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$. Dengan memasukkan kecepatan

awal ke arah vertikal sebesar $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ didapatkan

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

dan kecepatan benda pada saat t , sebesar

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt \quad (6)$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta)^2 - g(y - 2y_0) \quad (7)$$

Seperti terlihat pada gambar 1, bahwa pada arah ke atas kecepatan ke arah vertikal akan menurun dan mencapai nilai nol pada saat benda berada pada ketinggian maksimum, kemudian pada arah ke bawah kecepatan benda akan bertambah lagi.

Persamaan lintasan dengan mengeliminasi t antara persamaan 4, yang kemudian hasilnya disubsitusikan ke persamaan 5, didapatkan

$$y = (\tan \theta)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2}x^2 \quad (8)$$

Persamaan 8 didapatkan dengan melakukan penyederhanaan dengan memasukkan nilai $x_0 = 0$ dan $y_0 = 0$. Disebabkan nilai g , θ , dan v_0 adalah konstan, maka persamaan 8 dapat ditulis dalam bentuk $y = ax + bx^2$, dimana a dan b merupakan konstanta yang berhubungan dengan g , θ , dan v_0 . Persamaan ini dikenal dengan persamaan parabola sehingga lintasannya disebut lintasan parabolik.

Tinggi yang dapat dicapai oleh benda pada gerak parabola didapatkan pada saat benda memiliki kecepatan ke arah vertikal bernilai nol, sehingga

$$v_y = (v_0 \sin \theta)t - gt = 0 \quad (9)$$

dan didapatkan waktu untuk mencapai titik tertinggi $t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$ yang disubsitusikan pada persamaan 8 dengan mengambil nilai $y_0 = 0$ didapatkan tinggi maksimum yang dapat dicapai benda yaitu

$$h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad (10)$$

Jangkauan horisontal R untuk gerak parabola merupakan jarak yang ditempuh benda ketika kembali pada tinggi awal. Untuk menentukan jangkauan R , misalkan $x - x_0 = 0$ pada persamaan 4 dan $y - y_0 = 0$ pada persamaan 5, didapatkan

$$R = (v_0 \cos \theta)t$$

dan

$$0 = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (11)$$

Dengan mengeliminasi t pada kedua persamaan di atas didapatkan

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta \cos \theta = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (12)$$

Jika sebuah benda dilemparkan ke udara dengan massa m , kecepatan awal v_0 , sudut elevasi sebesar θ dan pengaruh udara disekitarnya diperhitungkan berupa gaya hambat udara sebesar f_a maka analisa gerak benda tersebut dilakukan menggunakan Hukum II Newton, yaitu

$$f_a - W = ma \quad (13)$$

dalam bentuk persamaan diferensial, persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f_a}{m} - g \quad (14)$$

Gaya hambat udara f_a akan memperlambat laju (kecepatan) benda. Nilai hambatan ini akan semakin besar nilai ketika kecepatan benda bertambah atau permukaan benda bertambah besar. Persamaan gaya hambat udara adalah

$$f_a(v) = -\frac{1}{2} C_d \rho A |v|v \quad (15)$$

di mana C_d adalah koefisien hambat udara, ρ adalah kerapatan udara, serta A adalah luas tampang lintang benda.

Persamaan 15 memberikan informasi bahwa selama benda bergerak dalam gerak parabola percepatan benda tidak lagi hanya bergantung pada percepatan gravitasi bumi saja tetapi ada koreksi dari gaya yang dihasilkan oleh hambatan udara.

METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan menggunakan metode komputasi, yaitu memakai metode numerik yang sesuai dengan persamaan yang akan diselesaikan secara numerik

Metode numerik yang digunakan untuk mensimulasi gerak proyektil ini didapatkan dari pengkajian bentuk persamaan matematis yang terlibat gerak proyektil yaitu dalam bentuk persamaan diferensial orde satu yaitu dengan menggunakan metode euler. Metode euler adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan diferensial dengan cara iterasi yaitu penggunaan hasil sebelumnya sebagai nilai masukkan awal untuk penentuan nilai berikutnya.

Langkah-langkah numerik yang berdasarkan metode euler dilakukan sebagai berikut

1. Menetapkan nilai awal dari posisi benda yaitu $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, dan $v = v_0$.
2. Menentukan nilai h , yaitu jarak selang waktu,
3. Menghitung nilai $a(r, v) = \frac{f_a(v)}{m} - g$,
4. Menghitung posisi dan kecepatan untuk masing-masing sumbu koordinat.
5. Mengulangi langkah 3 (proses iterasi) hingga benda menyentuh tanah kembali.

Pada penelitian ini perangkat lunak yang digunakan untuk melakukan simulasi adalah MS Excel 2010.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan dilakukan simulasi berdasarkan algoritma Euler untuk menyelesaikan permasalahan diferensial numerik dengan syarat awal. Koefisien hambatan udara yang digunakan bernilai 0, 0,5 dan 1,0.

Simulasi 1

Pada simulasi 1, digunakan data masukkan sebagai berikut :

Rapat Udara	= 1,2 kg/m ³ .
Koefisien hambatan Udara	= 0,0
Kecepatan awal	= 30 m/s
Percepatan gravitasi	= 9,8 m/s ²
Jari-jari bola	= 2,5 cm
Sudut Elevasi	= 45 ⁰
Massa bola	= 0,1 kg (100 gram)

Dari data-data ini, dilakukan simulasi dengan menggunakan perangkat lunak MS Excel 2010. Pengisian data-data pada Ms Excel dapat dilihat pada gambar 2.

Hasil perhitungan yang terletak pada kolom M dan N, yaitu hasil perhitungan untuk posisi benda pada sumbu x dan sumbu y . Hasil posisi ini kemudian diplot pada sebuah grafik dengan bantuan perintah Insert dan pilihan terhadap jenis grafik yaitu jenis Scatter, didapatkan plot posisi bola sebagaimana gambar (3).

Terdapat perbedaan nilai tinggi maksimum (h_{\max}) dan jangkauan maksimum (R_{\max}) antara hasil perhitungan langsung dengan metode Euler. Berdasarkan hasil hitung langsung $h_{\max} = 22,95918$ m sedangkan hasil simulasi didapatkan

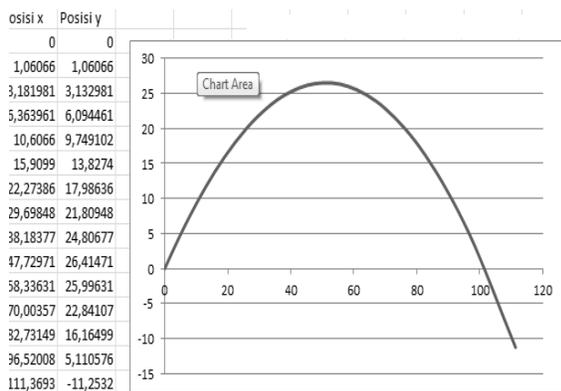
$h_{\max} = 22,42894$ m. Untuk jangkau maksimumnya secara hitung langsung didapatkan $R_{\max} = 91,83673$ m sedangkan hasil simulasi didapatkan $R_{\max} = 92,72291$ m.

sebesar 21,21320344 m/s. Hasil ini sesuai dengan teori bahwa pada gerak parabola ideal kecepatan ke arah sumbu x memiliki nilai yang konstan. Sedangkan untuk kecepatan ke arah

Data			iterasi ke	Gaya Hambat	kecepatan x	kecepatan y	Percepatan x	percepatan y	posisi x	posisi y
Rapat Udara	1,2	Kg/m ³	0	0	21,21320344	21,21320344	0	-9,8	0	0
Koefisien Hambat Udara	0		1	0	21,21320344	20,72320344	0	-9,8	1,06066017	1,06066017
Kecepatan Awal	30	m/s	2	0	21,21320344	19,74320344	0	-9,8	3,18198052	3,13298052
Percepatan Gravitasi	9,8	m/s ²	3	0	21,21320344	18,27320344	0	-9,8	6,36396103	6,09446103
Jari-jari bola	2,5	cm	4	0	21,21320344	16,31320344	0	-9,8	10,6066017	9,74910172
Sudut Elevasi	45	derajat	5	0	21,21320344	13,86320344	0	-9,8	15,9099026	13,8274026
massa benda	10	kg	6	0	21,21320344	10,92320344	0	-9,8	22,2738636	17,9863636
			7	0	21,21320344	7,493203436	0	-9,8	29,6984848	21,8094848
Perhitungan Awal			8	0	21,21320344	3,573203436	0	-9,8	38,1837662	24,8067662
Kecepatan Awal -x	21,2132	m/s	9	0	21,21320344	-0,836796564	0	-9,8	47,7297077	26,4147077
Kecepatan Awal -y	21,2132	m/s	10	0	21,21320344	-5,736796564	0	-9,8	58,3363094	25,9963094
Luas Bola	0,00196	m ²	11	0	21,21320344	-11,12679656	0	-9,8	70,0035713	22,8410713
Gaya Hambat	0		12	0	21,21320344	-17,00679656	0	-9,8	82,7314934	16,1649934
			13	0	21,21320344	-23,37679656	0	-9,8	96,5200756	5,11057563
			14	0	21,21320344	-30,23679656	0	-9,8	111,369318	-11,253182
			15	0	21,21320344	-37,58679656	0	-9,8	127,279221	-33,930779
			16	0	21,21320344	-45,42679656	0	-9,8	144,249783	-64,000217
			17	0	21,21320344	-53,75679656	0	-9,8	162,281006	-102,61299
			18	0	21,21320344	-62,57679656	0	-9,8	181,372889	-150,99411
			19	0	21,21320344	-71,88679656	0	-9,8	201,525433	-210,44207

Gambar 2. Pengisian data dan penerapan metode Euler

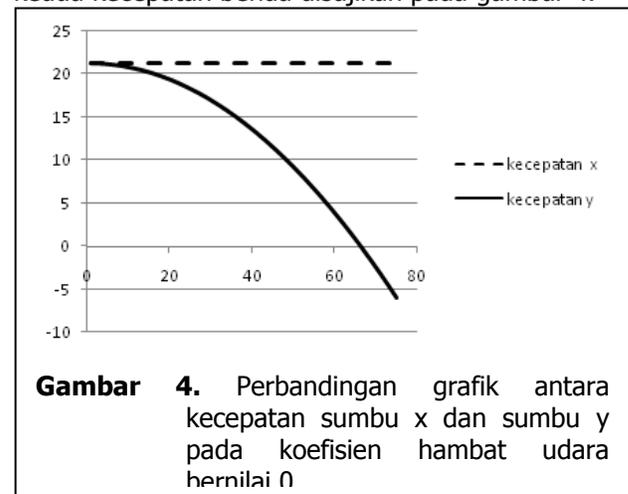
Dari simulasi 1 yang dilakukan terlihat bahwa dengan menggunakan metode Euler dan Ms Excel dapat menggambarkan lintasan parabola dari isian data yang menggambarkan gerak parabola ideal yaitu tidak adanya pengaruh udara (gesekan benda dengan udara). Dari plot data didapatkan lintasan parabolik yang sesuai dengan bentuk lintasan parabolik sebuah benda yang tidak memperhitungkan faktor hambatan udara.



Gambar 3. Plot antara posisi benda pada sumbu x dan sumbu y

Nilai kecepatan ke arah sumbu x berdasarkan hasil numerik bernilai tetap yaitu

sumbu y, nilainya mengalami perubahan yang sesuai dengan teori bahwa pada sumbu y nilai kecepatan yang berubah. Grafik perbandingan kedua kecepatan benda disajikan pada gambar 4.

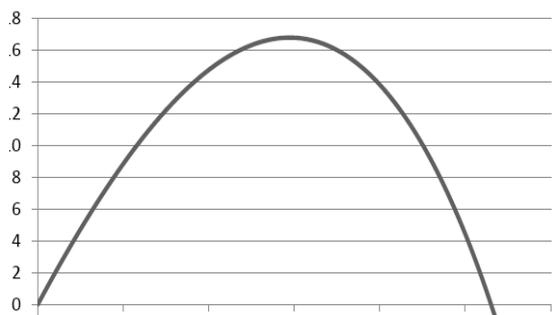


Gambar 4. Perbandingan grafik antara kecepatan sumbu x dan sumbu y pada koefisien hambatan udara bernilai 0

Simulasi 2

- Rapat Udara = 1,2 kg/m³.
- Koefisien hambatan Udara = 0,5
- Kecepatan awal = 30 m/s
- Percepatan gravitasi = 9,8 m/s²
- Jari-jari bola = 2,5 cm
- Sudut Elevasi = 45⁰
- Massa = 0,1 kg

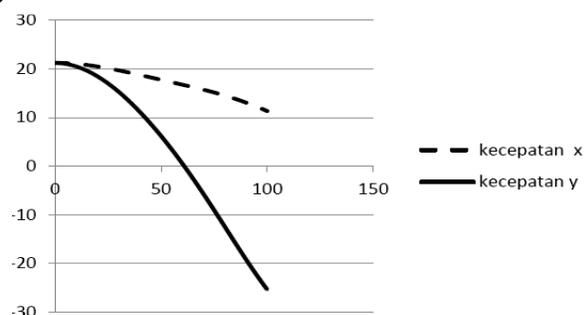
Grafik yang didapatkan dari nilai masukan di atas yaitu adanya pengaruh hambatan udara disajikan pada gambar 4.4, terlihat bahwa bentuk lintasan gerak bola tetap berbentuk gerak parabola.



Gambar 5. Bentuk lintasan benda dengan besar koefisien hambatan 0,5

Nilai numerik yang didapat adalah $h_{max} = 19,35055$ dan $R_{max} = 65,81234$ m. Dari kedua nilai terlihat adanya perbedaan dengan sistem yang tidak ada gaya luarnya (simulasi 1). Kedua nilai ini lebih kecil dari hasil simulasi 1, sehingga dapat dikatakan bahwa koefisien hambatan udara merupakan sebuah gaya gesek yang terjadi antara benda dan udara sehingga memperlambat gerakan benda.

Dari data numerik yang didapat terlihat bahwa kecepatan sumbu- x memiliki nilai yang berubah, yang menurut teoritis nilai ini harusnya bernilai tetap. Sedangkan nilai kecepatan ke sumbu y mengalami perubahan, hasil ini sesuai dengan teori mengenai gerak parabola. Grafik kedua nilai kecepatan ini dapat dilihat pada gambar 6.



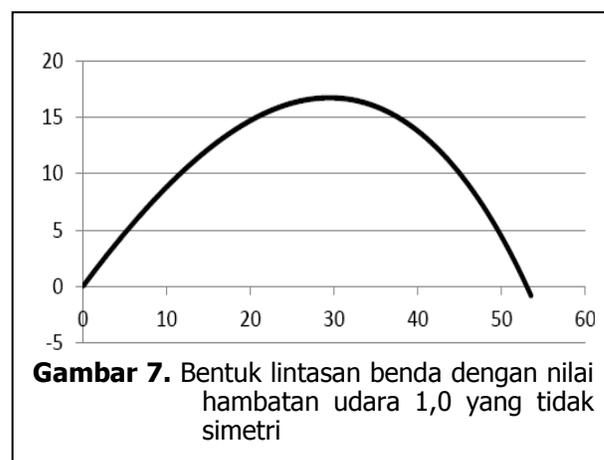
Gambar 6. Perbandingan grafik antara kecepatan sumbu x dan sumbu y pada koefisien hambat udara bernilai 0,5

Simulasi 3

Rapat Udara = $1,2 \text{ kg/m}^3$.

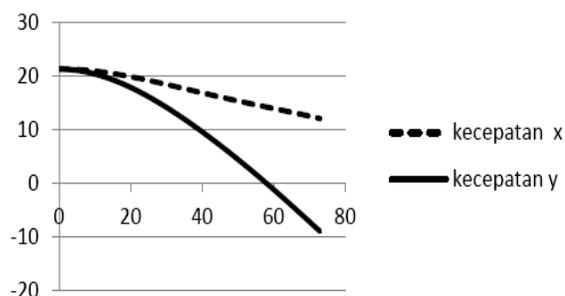
- Koefisien hambatan Udara = 1,0
- Kecepatan awal = 30 m/s
- Percepatan gravitasi = $9,8 \text{ m/s}^2$
- Jari-jari bola = 2,5 cm
- Sudut Elevasi = 45°
- Massa = 0,1 kg

Grafik yang didapatkan dari nilai masukan di atas yaitu adanya pengaruh hambatan udara disajikan pada gambar 7, terlihat bahwa bentuk lintasan gerak bola tetap berbentuk gerak parabola. Bentuk parabola yang dihasilkan untuk koefisien hambatan udara sebesar 1 terlihat tidak simetri. Pada bagian kanan grafik terlihat posisi benda cepat berubah dibandingkan bagian kiri grafik.



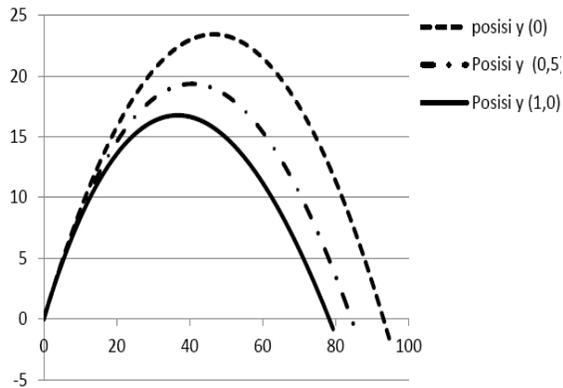
Gambar 7. Bentuk lintasan benda dengan nilai hambatan udara 1,0 yang tidak simetri

Dari data numerik yang didapat terlihat bahwa kecepatan sumbu- x memiliki nilai yang berubah, yang menurut teoritis nilai ini harusnya bernilai tetap. Sedangkan nilai kecepatan ke sumbu y mengalami perubahan, hasil ini sesuai dengan teori mengenai gerak parabola. Grafik kedua nilai kecepatan ini dapat dilihat pada gambar 8.



Gambar 8. Perbandingan grafik antara kecepatan sumbu x dan sumbu y pada koefisien hambat udara bernilai 1,0

Jika ke-tiga grafik posisi untuk nilai koefisien hambatan udara (0, 0,5 dan 1,0) digambarkan dalam sebuah grafik dapat dilihat perbandingan jarak tempuh dan tinggi masing-masing koefisien hambatan udara (Gambar 4.9).



Gambar 9. Gabungan dari lintasan untuk tiap nilai koefisien hambatan udara

Dari gambar 4.9, terlihat bahwa dengan bertambahnya nilai koefisien hambatan udara maka jarak terjauh dan tinggi maksimum akan berkurang. Bentuk lintasan untuk ketiga nilai hambatan udara berbentuk parabola.

Nilai numerik untuk ketiga nilai hambatan udara dapat dilihat pada tabel di bawah ini yang berisikan jarak maksimum yang dapat dicapai serta ketinggian maksimum.

Tabel Perbandingan hasil analisa untuk masing-masing nilai koefisien hambatan udara.

Nilai Koefisien hambatan udara	Tinggi maksimum (m)	Jangkauan maksimum (m)
0,0	23,4289428	94,7169533
0,5	19,3505456	67,0022463
1,0	16,7635728	53,5037691

Tabel di atas terlihat bahwa terjadi pengurangan nilai tinggi maksimum dan jangkauan maksimum seiring dengan bertambahnya nilai koefisien hambatan udara.

Dari simulasi yang dilakukan terlihat bahwa faktor kerapatan udara akan mempengaruhi gerak parabola yang dialami oleh sebuah benda.

KESIMPULAN

Dari penelitian yang dilakukan disimpulkan bahwa dengan melakukan simulasi terhadap

persamaan matematis yang menggambarkan adanya pengaruh faktor rapat udara terhadap gerak parabola sebuah benda akan memberikan gambaran tersebut terhadap bentuk lintasan, informasi numerik mengenai tinggi maksimum, jangkauan maksimum, kecepatan benda setiap saat serta posisi benda setiap saat.

Dengan masih banyaknya parameter yang dapat mempengaruhi gerak parabola sari sebuah benda diantaranya ukuran benda, massa benda dan rapat jenis udara atau dengan menggunakan metode numerik lainnya yang sesuai dengan permodelan yang dilakukan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Universitas Cenderawasih yang telah memberikan kesempatan untuk melaksanakan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K., 1993, "Elementary Numerical Analysis", 6-th edition, John Wiley & son Inc., New York.
- Benson, H., 1991, "University Physics", John Wiley & Sons Inc, New York.
- Boas, M. L., 1983, "Mathematical Methods in the Physical Science", John Wiley & Son Inc., New York.
- Christman, J., R., 1982, "Physics Problems for Programmable Calculators : Wave motion, Optics and Modern Physics", John Wiley & Son Inc, New York.
- DeVries, P. L., 1994, "A First Course in Computational Physics", John Wiley & Son Inc., New York.
- Halliday, D. , Robert Resnick, and Jearl Walker, 2001, "Fundamentals of Physics Extended", 6-th Edition, John Wiley & Son Inc, New York.
- Koonin, S. E., Dawn C. Meredith, 1990, "Computational Physics : Fortran Version", Addison-wesley Publishing Company, California.
- Nakamura, S., 1991, "Applied Numerical Methods with Software", Prentice-Hall International Inc., New Jersey.
- Setiawan, A., 2006, "Pengantar Metode Numerik", Penerbit Andi, Yogyakarta.